～ 2）圧縮ばねの諸計算（参考）～

（1）曲げワッシャーの荷重・応力計算

曲げワッシャーを自由支持はりとみなした場合、以下のような式になります。

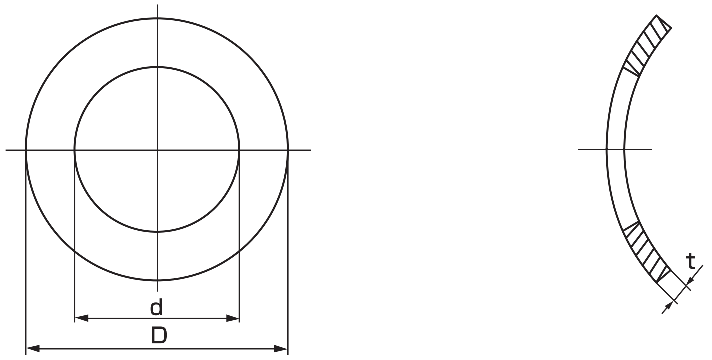


図1　曲げワッシャー

荷重

$$P = \frac{4K_1 E t^3 \delta}{D^2} \quad (1)$$

応力

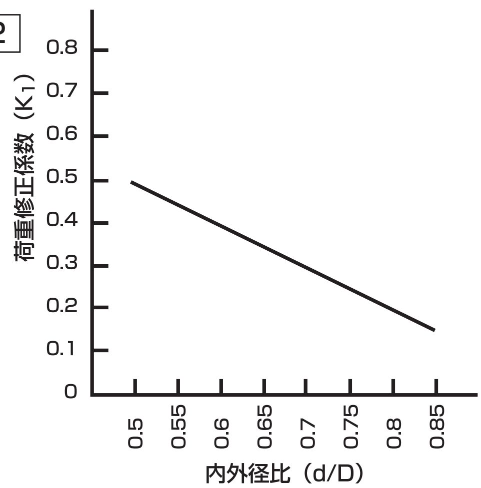
$$S = \frac{1.5P}{K_1 t^2} \quad (2)$$

P：荷重(N)
S：応力(N/㎟)
D：外径(㎜)
d：内径(㎜)
t：板厚(㎜)
δ：たわみ量(㎜)
E：縦弾性係数(N/㎟)　表1
K_1：荷重修正係数〔=1－d/D〕　図2

表1　主な材料の縦弾性係数(E)　(N/㎟)

材　料	縦弾性係数
ばね用鋼	206000
ばね用ステンレス鋼	181000

図2



注意点

たわみと荷重の計算式について計算値と実測値には差が生じます。
これは、計算式では外内径等諸条件を代入すると、たわみと荷重の一次方程式となり、
グラフに示すと直線になります。
これに対し実際の荷重曲線は単純な直線になることは無く、曲線となるためです。

（2）波ワッシャーの荷重・応力計算

波ワッシャーを連続はりとみなした場合以下のような計算式となります。

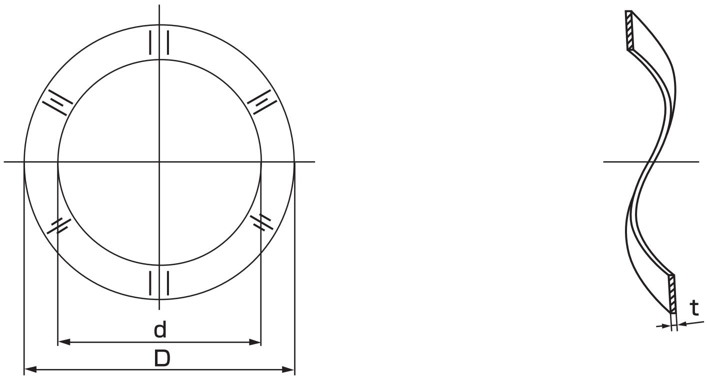


図3　波ワッシャー

荷重

$$P = \frac{16Ebt^3 N^4 \delta}{\pi^3 D_m{}^3} \qquad (3)$$

応力

$$S = \frac{0.75\pi P D_m}{bt^2 N^2} \qquad (4)$$

P：荷重(N)
S：応力(N/mm²)
D：外径(mm)
d：内径(mm)
D_m：平均直径(mm)〔=(D+d)/2〕
b：リム幅(mm)〔=(D－d)/2〕
t：板厚(mm)
N：波数
δ：たわみ量(mm)
E：縦弾性係数(N/mm²)　表1
π：円周率

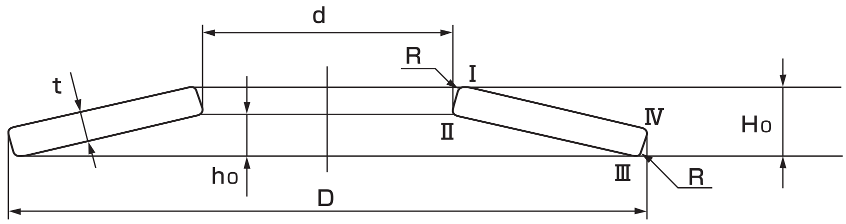
設計時の参考

・荷重を大きく変化させたい場合
　板厚・波数を調整してください。荷重は板厚の調整では3乗、波数の調整では4乗に比例します。
（但し、波数を多くするとへたりやすくなるため、波数はあまり調整しない方がよい。）
・荷重を小さく変化させたい場合
　内外径（リム幅）、たわみ量を調整してください。荷重はリム幅に比例します。

注意点

たわみと荷重の計算式について計算値と実測値には差が生じます。
これは、計算式では外内径等諸条件を代入すると、たわみと荷重の一次方程式となり、
グラフに示すと直線になります。
これに対し実際の荷重曲線は単純な直線になることは無く、曲線となるためです。

（3）皿ばねの荷重・応力計算　（参考資料：JIS B 2706）



D：外径(mm)
d：内径(mm)
t：板厚(mm)
H_0：自由高さ(mm)
h_0：全たわみ量（H_0-t）(mm)
E：縦弾性係数(N/mm²)
ν：材料のポアソン比(0.3)
P：荷重(N)

δ：たわみ量(mm)
k：ばね定数(N/mm)
R：角部の面取り半径(mm)
σ_{I}：位置Ⅰの応力(N/mm²)
σ_{II}：位置Ⅱの応力(N/mm²)
σ_{III}：位置Ⅲの応力(N/mm²)
σ_{IV}：位置Ⅳの応力(N/mm²)

計算に使用する係数については次の通りになります。

$$\alpha = \frac{D}{d}$$

$$C_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^2}{\frac{\alpha+1}{\alpha-1} - \frac{2}{\ln\alpha}}$$

$$C_2 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{6}{\ln\alpha} \cdot \left(\frac{\alpha-1}{\ln\alpha} - 1\right)$$

$$C_3 = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{\alpha-1}{\ln\alpha}$$

荷重Pは角部のR面取りを考慮した補正項 $\left(\frac{D-d}{(D-d)-3R}\right)$ をいれ、次の式となります。

$$P = \frac{D-d}{(D-d)-3R} \cdot \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t^3}{C_1 D^2} \cdot \delta \cdot \left[\left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{t}\right) \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) + 1\right]$$

図に示す位置Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ,Ⅳの応力は以下の式で求めることが出来ます。
正の場合は引張応力を、負の場合には、圧縮応力を示します。

$$\sigma_{\mathrm{I}} = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{C_1 D^2} \cdot \delta \cdot \left[-C_2 \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) - C_3\right]$$

$$\sigma_{\mathrm{II}} = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{C_1 D^2} \cdot \delta \cdot \left[-C_2 \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) + C_3\right]$$

$$\sigma_{\mathrm{III}} = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{\alpha C_1 D^2} \cdot \delta \cdot \left[(2C_3 - C_2) \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) + C_3\right]$$

$$\sigma_{\mathrm{IV}} = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{\alpha C_1 D^2} \cdot \delta \cdot \left[(2C_3 - C_2) \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) - C_3\right]$$

ばねのばね定数は、非線形であるので以下の式を用いて求めることが出来ます。

$$k = \frac{dP}{d\delta} = \frac{D-d}{(D-d)-3R} \cdot \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t^3}{C_1 D^2} \cdot \left[\left(\frac{h_0}{t}\right)^2 - 3\frac{h_0}{t} \cdot \frac{\delta}{t} + \frac{3}{2}\left(\frac{\delta}{t}\right)^2 + 1\right]$$