3　皿ばねの荷重・応力計算　（参考資料：JIS B 2706）

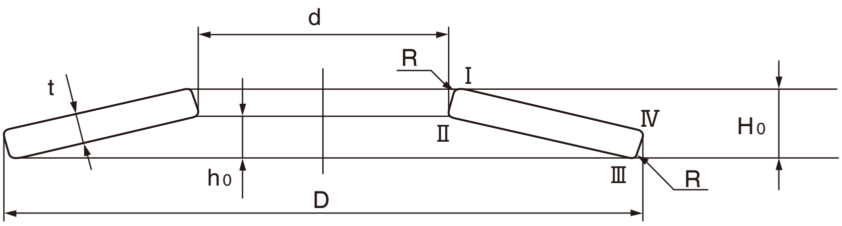

図3　皿ばね

D　：外径（mm）
d　：内径（mm）
t　：板厚（mm）
H_0：自由高さ（mm）
h_0：全たわみ量（H_0-t）（mm）
E　：縦弾性係数（N/mm²）（表1）
ν　：材料のポアソン比（0.3）
P　：荷重（N）
δ　：たわみ量（mm）
k　：ばね定数（N/mm）
R　：角部の面取り半径（mm）
σ_{I}：位置Ⅰの応力（N/mm²）
σ_{II}：位置Ⅱの応力（N/mm²）
σ_{III}：位置Ⅲの応力（N/mm²）
σ_{IV}：位置Ⅳの応力（N/mm²）

計算に使用する係数については次の通りになります。

$$\alpha = \frac{D}{d}$$

$$C_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^2}{\frac{\alpha+1}{\alpha-1} - \frac{2}{\ln\alpha}}$$

$$C_2 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{6}{\ln\alpha} \cdot \left(\frac{\alpha-1}{\ln\alpha} - 1\right)$$

$$C_3 = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{\alpha-1}{\ln\alpha}$$

荷重Pは角部のR面取りを考慮した補正項 $\left(\frac{D-d}{(D-d)-3R}\right)$ をいれ、次の式となります。

$$P = \frac{D-d}{(D-d)-3R} \cdot \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t^3}{C_1 D^2} \cdot \delta \cdot \left[\left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{t}\right) \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) + 1\right]$$

図に示す位置Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの応力は以下の式で求めることが出来ます。
正の場合は引張応力を、負の場合には、圧縮応力を示します。

$$\sigma_{\mathrm{I}} = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{C_1 D^2} \cdot \delta \cdot \left[-C_2 \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) - C_3\right]$$

$$\sigma_{\mathrm{II}} = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{C_1 D^2} \cdot \delta \cdot \left[-C_2 \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) - C_3\right]$$

$$\sigma_{\mathrm{III}} = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{\alpha C_1 D^2} \cdot \delta \cdot \left[(2C_3 - C_2) \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) + C_3\right]$$

$$\sigma_{\mathrm{IV}} = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t}{\alpha C_1 D^2} \cdot \delta \cdot \left[(2C_3 - C_2) \cdot \left(\frac{h_0}{t} - \frac{\delta}{2t}\right) - C_3\right]$$

ばねのばね定数は、非線形であるので以下の式を用いて求めることが出来ます。

$$k = \frac{dP}{d\delta} = \frac{D-d}{(D-d)-3R} \cdot \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t^3}{C_1 D^2} \cdot \left[\left(\frac{h_0}{t}\right)^2 - 3\frac{h_0}{t} \cdot \frac{\delta}{t} + \frac{3}{2}\left(\frac{\delta}{t}\right)^2 + 1\right]$$